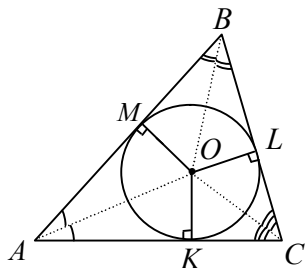


**Теорема об окружности, вписанной в треугольник**

Если все стороны треугольника касаются окружности, то *окружность* называется *вписанной в треугольник*, а треугольник – описанным около этой окружности.

**Теорема.** В любой треугольник можно вписать окружность.



**Дано:**  $\triangle ABC$ .

**Доказать:** в  $\triangle ABC$  можно вписать окружность.

**Доказательство**

Рассмотрим произвольный  $\triangle ABC$ . Проведём биссектрисы треугольника, точку их пересечения обозначим буквой  $O$ . Из точки  $O$  опустим перпендикуляры  $OM$ ,  $OL$  и  $OK$  соответственно к сторонам  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$ .

Так как каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от его сторон, то точка  $O$  равноудалена от сторон  $\triangle ABC$ , т.е.  $OM = OL = OK$ . Поэтому окружность с центром  $O$  радиуса  $OK$  проходит через точки  $M$ ,  $L$  и  $K$ . Стороны треугольника  $\triangle ABC$  касаются этой окружности в точках  $M$ ,  $L$  и  $K$ , так как они перпендикулярны к радиусам  $OM$ ,  $OL$  и  $OK$ . Значит, окружность с центром  $O$  радиуса  $OK$  является вписанной в  $\triangle ABC$ .

**Итак,** в любой треугольник можно вписать окружность, центром которой будет точка пересечения биссектрис треугольника, а радиусами – перпендикуляры, опущенные из центра окружности к сторонам треугольника.

**Ч.т.д.**

**Замечание.** В треугольник можно вписать только одну окружность.

Допустим, что в треугольник можно вписать две окружности. Тогда центр каждой окружности равноудалён от сторон

треугольника и, значит, совпадает с точкой  $O$  – точкой пересечения биссектрис треугольника. Радиус каждой окружности равен расстоянию от точки  $O$  до сторон треугольника. Так как из одной точки на прямую можно опустить только один перпендикуляр, то радиусы окружностей совпадают. Следовательно, эти окружности совпадают.